第 46 卷 第 8 期
2023 年 8 月
核 技 术 NUCLEAR TECHNIQUES
www.hjs.sinap.ac.cn
Vol.46, No.8
August 2023

贝叶斯神经网络方法对原子核β衰变寿命的研究

李伟峰　张晓燕　牛中明
（安徽大学 物理与光电工程学院　合肥 230601）

摘要　β衰变寿命是原子核的基本物理性质之一，在原子核物理与核天体物理中都起着重要作用。本文利用贝叶斯神经网络（Bayesian Neural Network，BNN）方法预测原子核的β衰变寿命及其不确定性。研究发现，在神经网络输入层引入β衰变能以及与原子核对效应相关的物理量，并采用β衰变寿命的对数作为网络输出，可以显著提高学习精度。对于寿命小于1 s的原子核，其预言精度约为0.2个数量级，取得了与BNN方法学习β衰变寿命的实验值和理论值的对数之差相当的精度。当外推至未知核区，其预言的β衰变寿命在误差范围内与其他理论模型的结果符合较好，尤其是对于$Z\geq50$的原子核。

关键词　β衰变寿命，神经网络，贝叶斯方法
中图分类号　O571.322
DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.080013
关联视频DOI: 10.12351/ks.2208.0606



Studies of nuclear β-decay half-lives with Bayesian neural network approach

LI Weifeng　ZHANG Xiaoyan　NIU Zhongming
(*School of Physics and Optoelectronic and Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China*)

Abstract　**[Background]** β-decay half-life is one of the fundamental physical properties of unstable nuclei and plays an important role in nuclear physics and astrophysics. **[Purpose]** This study aimed to provide accurate nuclear β-decay half-life predictions and reasonable uncertainties associated with the predictions. **[Methods]** Nuclear β-decay half-lives were studied based on the Bayesian neural network (BNN) approach. Three types of neural networks with $x = (Z, N)$, $x = (Z, N, Q_\beta)$, and $x = (Z, N, \delta, Q_\beta)$ were constructed as inputs to explore the influence of the input on the prediction. The posterior distributions were sampled using the Markov chain Monte Carlo algorithm. The mathematical expectations and standard deviations of the neural network predictions on the posterior distributions were used as the predicted values and errors of the BNN approach. **[Results]** The learning accuracy can be significantly improved by incorporating the β-decay energy and physical quantity related to the nuclear pair effect into the neural network input layer and then using the logarithm of β-decay half-life as the network output. For nuclei with half-lives of less than 1 s, the prediction accuracy is approximately 0.2 orders of magnitude, which is similar to that afforded by the BNN method by learning the differences between the logarithms of the experimental half-lives and theoretical results. **[Conclusions]** The Bayesian neural network can accurately predict β-decay half-lives. When

国家自然科学基金(No.11875070)资助
第一作者：李伟峰，男，1999年出生，2021年毕业于安徽建筑大学，现为硕士研究生，从事原子核物理与机器学习研究
通信作者：牛中明，E-mail：zmniu@ahu.edu.cn
收稿日期：2023-02-28，修回日期：2023-03-09
Supported by National Natural Science Foundation of China (No.11875070)
First author: LI Weifeng, male, born in 1999, graduated from Anhui Jianzhu University in 2021, master student, focusing on nuclear physics and machine learning research
Corresponding author: NIU Zhongming, E-mail: zmniu@ahu.edu.cn
Received date: 2023-02-28, revised date: 2023-03-09

extrapolated to the unknown nuclear region, the predicted β-decay half-lives agree with the results of other theoretical models within errors, especially for nuclei with $Z \geq 50$.

Key words　β-decay half-lives, Neural network, Bayesian method

宇宙重元素起源是原子核物理与核天体物理共同关注的热点课题[1−2]。快中子俘获过程(r-过程)通过连续的中子俘获和β衰变合成了约一半比铁重的元素。β衰变是r-过程中的关键过程，其中β衰变寿命决定着r-过程的时间标度，也是近年来r-过程研究的热点[3−4]。虽然近年来对β衰变寿命的测量取得了很大进展[5−6]，但在r-过程路径上的许多核的衰变寿命仍然无法测量，特别是对于N=126附近的原子核。因此，对β衰变寿命的理论预测具有重要意义。研究原子核β衰变寿命的理论模型主要包括唯像公式[7−8]、Gross理论(GT)[9−12]，准粒子无规相位近似(Quasiparticle Random Phase Approximation，QRPA)方法[13−18]和壳模型[19−22]等。壳模型可以成功地应用于描述轻核或幻数附近原子核的β衰变寿命，然而，由于组态空间过大，壳模型无法用于研究远离幻数的中重质量原子核。唯像公式、Gross理论和QRPA方法可用于描述核素图中大多数原子核的β衰变寿命，然而，其对β衰变寿命的预测精度仍不能达到r-过程研究的需要。当外推至未知核区，各个理论的预言结果仍然存在较大偏差，尤其是$N \geq 126$的重核区[23]。然而，由于强相互作用与核多体计算的复杂性[24−25]，使得原子核β衰变寿命的精确理论预测相当困难。因此，对原子核β衰变寿命的精确预测仍然是原子核物理中一个重要但尚待解决的问题。

近年来，机器学习在很多方面取得了令人瞩目的成就，是当前科学技术领域最为热门、发展最快的方向之一[26]。机器学习与物理学的结合是近年来新兴的交叉前沿领域，引起了广泛关注，已被用于粒子物理[27−29]、凝聚态物理[30−31]和天体物理[32−33]等领域。它为物理研究提供了一个强大的工具，在提取复杂非线性系统的相关特征方面功能强大，可以用来解决一些传统方法难以解决或暂时无法解决的复杂物理问题。在原子核物理中，机器学习方法也被广泛用于研究各种原子核的性质，如原子核的质量[34−35]、电荷半径[36−37]、α衰变[38−39]、原子核低激发谱[40−41]以及原子核的β衰变寿命[42−43]等。贝叶斯神经网络(Bayesian Neural Network，BNN)方法通过引入先验可以自动地避免过拟合，并且可以量化模型预言的不确定性，因此也成为研究原子核性质的重要工具之一。近年来，BNN已被成功用于研究原子核的质量[44−48]、电荷半径[49]和原子核的低激发谱[50]以及原子核的裂变产额[51]等。相比传统的原子核理论模型，这些机器学习方法一般可以取得更高的预测精度。

基于BNN方法，文献[52]通过学习β衰变实验寿命与理论模型寿命的对数差，获得当时寿命预测的最高精度，对于寿命小于1 s的原子核，其精度约为0.2个数量级，即在约1.6倍的范围内再现实验数据。与文献[52]不同，本论文将使用贝叶斯神经网络方法直接学习原子核的β衰变寿命，验证机器学习直接预测β衰变寿命的精度，并通过与实验数据以及其他核模型的结果进行对比，分析BNN方法的预言能力，为采用BNN方法直接学习原子核性质提供参考。

1　理论模型

在贝叶斯方法中，模型参数ω使用概率分布描述。首先，根据先前经验，引入先验分布$p(\omega)$来描述ω的可能取值。假设已知实验数据集$D=\{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \cdots, (x_N, t_N)\}$，根据贝叶斯定理对先验分布$p(\omega)$进行更新，即：

$$p(\omega|D) = \frac{p(D|\omega)\,p(\omega)}{p(D)} \propto p(D|\omega)\,p(\omega) \qquad (1)$$

式中：$x_n, t_n (n=1, 2, 3, \cdots, N)$分别是输入和输出数据，$N$为实验数据的数量；$p(D|\omega)$是似然函数，它包含了由观测结果得到的参数$\omega$的信息；$p(\omega|D)$是已知数据$D$后参数$\omega$的概率分布，称为后验分布；$p(D)$是实验数据的分布，其作为归一化的常量，保证了后验分布是一个全空间积分为1的有效概率密度。

似然函数$p(D|\omega)$通常取高斯分布，即$p(D|\omega) = e^{-\chi^2/2}$，其中函数$\chi^2$表示为：

$$\chi^2 = \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{y(x,\omega) - t_n}{\Delta t_n} \right)^2 \qquad (2)$$

这里标准差参数Δt_n是与第n个数据相关的噪音误差，与文献[44]类似，其平方的倒数被设置为伽马分布。指定$p(\omega)$和$p(D|\omega)$后，本文使用马尔科夫链蒙特卡罗方法对后验分布$p(\omega|D)$进行采样。在BNN方法中，函数$y(x, \omega)$用神经网络来描述，对于单隐藏层神经网络，其表示形式为：

$$y(x,\omega) = a + \sum_{j=1}^{H} b_j \tanh\left(c_j + \sum_{i=1}^{I} d_{ji} x_i\right) \qquad (3)$$

式中：$x = \{x_i\}$；$\omega = \{a, b_j, c_j, d_{ji}\}$；$H$是隐藏层神经元的个数；$I$是输入量的个数。该神经网络的总参数量为$(2+I)\times H+1$。由于模型参数被描述为概率分布，

BNN方法使用函数$y(x,\omega)$的数学期望$\langle y\rangle$及其标准差$\sqrt{\langle y^2\rangle-\langle y\rangle^2}$作为其预测值和误差。

由于本文涉及的原子核β衰变寿命横跨约十个数量级，因此，使用寿命对数$\lg(T_{1/2})$的均方根(Root Mean Square，RMS)偏差来评估核模型的准确性：

$$\sigma_{\rm RMS}(\lg T_{1/2})=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}[\lg(T_{1/2}^{\rm exp}/T_{1/2}^{\rm th})]^2/n} \quad (4)$$

式中：$T_{1/2}^{\rm exp}$和$T_{1/2}^{\rm th}$为实验寿命和理论寿命；n为需要评估的数据数量。

文献[52]发现，在神经网络的输入层中引入衰变能和与对效应相关的物理量，通过学习β衰变寿命实验数据和理论预测的对数差，可以显著提高神经网络预言β衰变寿命的准确度。因此，本文也将在神经网络中引入这两项，研究它们在直接学习原子核β衰变寿命的神经网络中的作用。为此，本文采用以下三种网络结构，它们的输入变量、隐藏层神经元个数、激活函数和输出变量如表1所示。其中：Z和N是原子核的质子数和中子数；Q_β为β衰变的衰变能，取自Weizsäcker - Skyrme(WS4)模型[53]；$\delta=((-1)^Z+(-1)^N)/2$，用于区分偶偶核、奇奇核和奇A核。不同神经网络选取相应的隐藏层神经元个数，以保证各神经网络的总参数量一致。三种网络的输出均选为$\lg(T_{1/2})$。用于训练神经网络的实验数据取自NUBASE2020[5]，本文只保留Z、$N\geqslant8$、$Q_\beta>0$且$T_{1/2}<10^6$ s的实验数据，共计1 051个。该数据集被随机分为训练集和验证集，训练集占总数据集的80%，即840个，余下的211个作为验证集。为了检验结果的稳定性，以BNN-I4为例，通过多次随机划分训练集和验证集，发现BNN计算结果与训练集和验证集中实验数据的均方根偏差$\sigma_{\rm RMS}(\lg T_{1/2})$的变化均为10%左右。

表1　各神经网络输入变量、隐藏层神经元个数、激活函数和输出变量

Table 1　Input variables, number of hidden layer neurons, activation functions, and output variables of various neural networks

神经网络 Neural networks	输入变量 Input variables	隐藏层神经元个数 Number of hidden layer neurons	激活函数 Activation functions	输出变量 Output variables
BNN-I2	Z、N	30	tanh	$\lg T_{1/2}$
BNN-I3	Z、N、Q_β	24	tanh	$\lg T_{1/2}$
BNN-I4	Z、N、δ、Q_β	20	tanh	$\lg T_{1/2}$

2　结果与讨论

为了评估BNN方法预测核β衰变寿命的全局可靠性，三种神经网络方法的预测结果相对于实验数据的均方根偏差$\sigma_{\rm RMS}(\lg T_{1/2})$如图1所示。图中分别给出了寿命$T_{1/2}<10^6$ s、$T_{1/2}<10^3$ s和$T_{1/2}<1$ s的结果。相较于BNN-I2方法，BNN-I3和BNN-I4方法在神经网络的输入层引入更多相关的物理量，可以显著提升神经网络方法对衰变寿命的预言精度。尽管BNN-I3方法与BNN-I4方法对$T_{1/2}>10^3$ s以上训练集原子核预言精度几乎一致，但在验证集中，BNN-I4与实验值的结果更为符合。由此可见，在神经网络输入层中引入物理量δ，可以提高神经网络对β衰变寿命的预言能力。本文BNN-I4方法得到训练集和验证集的精度分别为0.39和0.58，该精度与文献[52]中通过学习实验寿命与理论寿命的对数差的精度几乎一致。因此，直接使用BNN对实验寿命进行学习也能得到较好的结果。

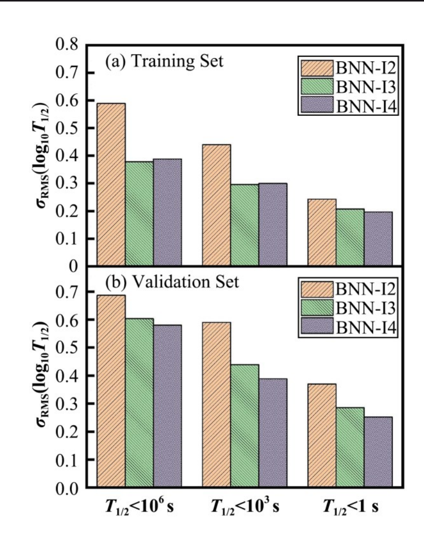


图1　训练集(a)和验证集(b)中三种神经网络BNN-I2、BNN-I3和BNN-I4计算的β衰变寿命与实验值的均方根偏差$\sigma_{\rm RMS}(\lg T_{1/2})$

Fig.1　RMS deviations from experimental data $\sigma_{\rm RMS}(\lg T_{1/2})$ calculated by BNN-I3, BNN-I4, and BNN-I5 approaches for training set (a) and validation set (b)

为更细致地检验神经网络方法的预言能力，图2给出了三种神经网络对Sn同位素的预测结果，作为对比，图中还相应地给出了来自NUBASE2020的实验寿命(Experimental half-lives，Exp)，用黑色方块表示。由图2可见，在已知核区域，BNN-I3和BNN-I4比BNN-I2更好地再现了实验寿命。当外推至未知核区域时，BNN-I4方法比BNN-I3方法的误差范围要略小。此外，BNN-I3方法在N=90~100区域缓慢振荡上升，通过在神经网络输入层引入与对效应

相关的物理量δ，BNN-I4对β衰变寿命的预测值与其他理论模型的结果更为相近（图3），这可能说明引入δ有助于神经网络更好地描述未知区域原子核的β衰变寿命。因此，下面将只展示基于BNN-I4方法的预测结果。

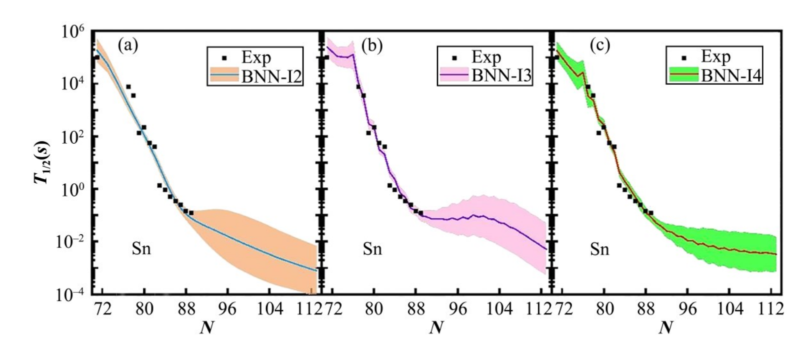


图2 BNN-I2、BNN-I3、BNN-I4方法预测的Sn同位素的β衰变寿命与误差[5]
Fig.2 Nuclear β-decay half-lives and errors for Sn isotopes predicted by BNN-I2, BNN-I3, and BNN-I4 approaches[5]

为了进一步研究BNN-I4方法的预言能力，图3和图4分别以Ni、Sn、Pb同位素链及N=50、82、126同中子素链为例，展示了BNN-I4方法与Relativistic Hartree-Bogoliubov（RHB）+QRPA[17]、Finite-Range Droplet Model（FRDM）+QRPA[54]、Hartree-Fock-Bogoliubov model with Skyrme force（SHFB）+Finite-Amplitude Method（FAM）[55]、SHFB+QRPA[56]、WS4+GT[57]模型结果的比较。可以看出，在已知核区，BNN-I4方法的预测结果与实验数据吻合较好，而其他理论模型的预言结果与实验数据偏差相对较大，对于质量较轻的原子核，如Ni同位素链和N=50的同中子素链，理论模型一般高估了实验寿命。因此，对于质量较轻的原子核，BNN-I4方法对远离稳定线原子核的预测寿命显著短于其他理论模型的结果。然而，随着原子核质量的增加，BNN-I4对远离稳定线原子核的预测寿命与其他微观理论模型的结果非常接近。此外，BNN-I4方法预测的不确定度随着离已知核区的距离逐步增加。研究还发现，Ni同位素链的预测结果在N=56~58区域突然上升，这与文献[52]中的结果类似。然而，由于这些原子核BNN预言的寿命不确定性很大，未来对该核区附近原子核衰变寿命的测量有助于确认这种现象是否真实存在。

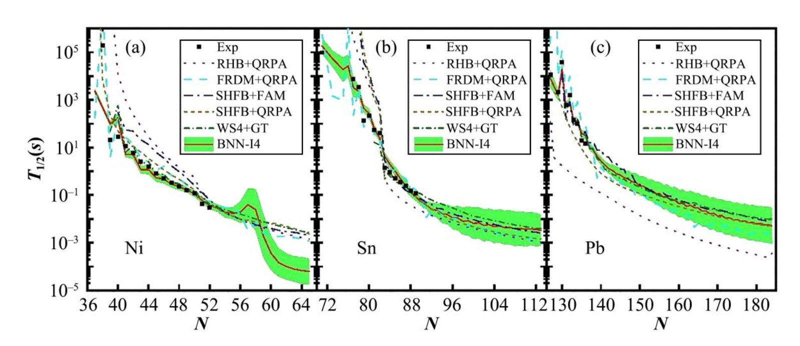


图3 BNN-I4预测的Ni、Sn、Pb同位素链的β衰变寿命与RHB+QRPA、FRDM+QRPA、SHFB+FAM、SHFB+QRPA和WS4+GT理论结果的比较
Fig.3 Comparison of nuclear β-decay half-lives of Ni, Sn, and Pb isotopic chains predicted by BNN-I4 with the theoretical results of RHB+QRPA, FRDM+QRPA, SHFB+FAM, SHFB+QRPA, and WS4+GT

图5给出了核素图上原子核β衰变寿命的实验数据与BNN-I4方法预测值的对数差。可以看出，与实验偏差大的原子核主要集中在稳定线附近，即寿命较长的原子核。这些原子核衰变寿命的计算对模型参数和衰变能Q_β都非常敏感，因此，与其他核模型类似，BNN-I4方法对稳定线附近原子核衰变寿命的描述也相对较差。幸运的是，这些原子核的寿命可以直接从实验测得。对远离稳定线的短寿命原子核，神经网络对β衰变寿命预测的偏差都在0.5个数量级之内。此外，BNN-I4方法对于Z≥82的原子核衰变寿命的预测值与实验值偏差较大，这可能由于该核区原子核β衰变寿命的实验数据过少所导致。

为了比较BNN-I4方法预测的β衰变寿命与理论模型预测值的差别，图6以WS4+GT模型为例，展示了BNN-I4方法的预测值与该模型预测值的比较。可以看出，BNN-I4方法的预测值与WS4+GT的模型

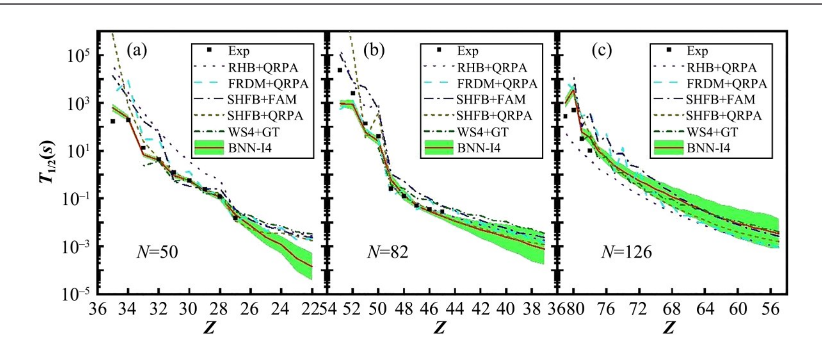


图4　BNN-I4预测的N=50、N=82和N=126同中子素链的β衰变寿命与RHB+QRPA、FRDM+QRPA、SHFB+FAM、SHFB+QRPA和WS4+GT理论结果的比较

Fig.4　Comparison of nuclear β-decay half-lives of N=50, N=82, and N=126 isotonic chains predicted by BNN-I4 with the theoretical results of RHB+QRPA, FRDM+QRPA, SHFB+FAM, SHFB+QRPA, and WS4+GT

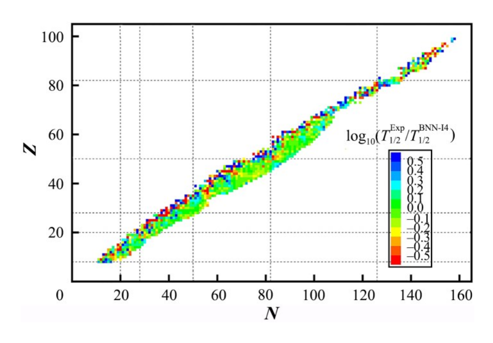


图5　核素图上实验值与神经网络BNN-I4对β衰变寿命预测值的对数差分布

Fig.5　Logarithmic difference distribution on the nuclear chart between the predicted β-decay half-lives by BNN-I4 and experimental data

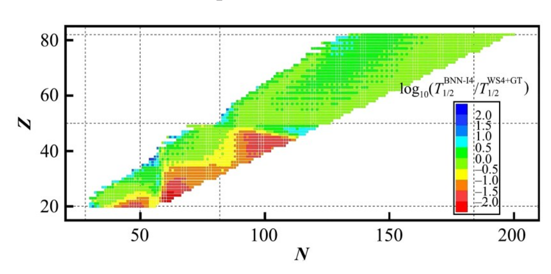


图6　BNN-I4方法预测的β衰变寿命与WS4+GT模型预测值的对数差

Fig.6　Logarithmic difference of β-decay half-lives between the BNN-I4 predictions and theoretical results of WS4+GT

预测值的偏差一般在1个数量级之内。具体来说，在Z≤50的区域，BNN-I4方法在未知核区域的预测结果与理论值的偏差较大，而在Z≥50的区域，尤其是远离稳定线的范围，BNN-I4方法的预测值与WS4+GT的结果符合较好，从图3和图4也可得到一致的结论。虽然BNN-I4方法从Z=20~50之间远离稳定线核区域的预测结果与模型预测值有较大的偏差，但其在已知核区域的寿命预测有很高的精度，因此，其在未知核区的预测值可能具有较高的可信度。此外，利用BNN方法可以大规模计算原子核的β衰变寿命，进而为r-过程研究提供核物理输入量，因此，对理解宇宙的重元素起源具有重要意义。

3　结语

综上所述，本文采用了基于贝叶斯神经网络的机器学习方法，通过直接学习原子核β衰变寿命的实验值，精确地预言了原子核的β衰变寿命，并给出了合理的不确定性评估。研究发现，在输入层引入β衰变能Q_β和与原子核对效应相关的物理量δ，输出层采用β衰变寿命的对数，不仅可以显著提高神经网络方法的学习精度，外推至未知核区域，其预测值与其他微观理论模型的结果也更为接近，尤其是Z≥50的原子核。然而，对于轻质量原子核，尽管其在未知核区预言的寿命短于核理论模型的结果，但是其在已知核区的寿命预测仍有很高的精度。未来将进一步发展考虑更多物理效应或物理约束的机器学习方法，提高机器学习对原子核β衰变寿命的预言能力，着重关注其对轻质量原子核β衰变寿命的描述，为核合成研究提供更精确的核物理输入量。

作者贡献声明　所有作者都对研究构想和设计作出了贡献；材料准备、数据收集和数值计算由李伟峰、张晓燕和牛中明完成；初稿由李伟峰撰写；张晓燕和牛中明对初稿进行修改；所有作者阅读并批准最终稿。

参考文献

1　Burbidge E M, Burbidge G R, Fowler W A, *et al*. Synthesis of the elements in stars[J]. Reviews of Modern Physics, 1957, **29**(4): 547 – 650. DOI: 10.1103/RevModPhys.29.547.

2　Thielemann F K, Arcones A, Käppeli R, *et al*. What are the astrophysical sites for the r-process and the production of heavy elements?[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2011, **66**(2): 346 – 353. DOI: 10.1016/j. ppnp.

2011.01.032.

3 Sun B, Montes F, Geng L S, *et al*. Application of the relativistic mean-field mass model to the r-process and the influence of mass uncertainties[J]. Physical Review C, 2008, **78**(2): 025806. DOI: 10.1103/physrevc.78.025806.

4 Niu Z M, Sun B H, Meng J. Influence of nuclear physics inputs and astrophysical conditions on the Th/U chronometer[J]. Physical Review C, 2009, **80**(6): 065806. DOI: 10.1103/physrevc.80.065806.

5 Kondev F G, Wang M, Huang W J, *et al*. The NUBASE2020 evaluation of nuclear physics properties [J]. Chinese Physics C, 2021, **45**(3): 030001. DOI: 10.1088/1674-1137/abddae.

6 Wu J, Nishimura S, Lorusso G, *et al*. 94 β-decay half-lives of neutron-rich $_{55}$Cs to $_{67}$Ho: experimental feedback and evaluation of the r-process rare-earth peak formation [J]. Physical Review Letters, 2017, **118**(7): 072701. DOI: 10.1103/PhysRevLett.118.072701.

7 Zhou Y, Li Z H, Wang Y B, *et al*. Empirical formula for $β^-$-decay half-lives of r-process nuclei [J]. Science China Physics, Mechanics & Astronomy, 2017, **60**(8): 082012. DOI: 10.1007/s11433-017-9045-0.

8 Shi M, Fang J Y, Niu Z M. Exploring the uncertainties in theoretical predictions of nuclear β-decay half-lives[J]. Chinese Physics C, 2021, **45**(4): 044103. DOI: 10.1088/1674-1137/abdf42.

9 Takahashi K, Yamada M. Gross theory of nuclear β-decay [J]. Progress of Theoretical Physics, 1969, **41**(6): 1470 – 1503. DOI: 10.1143/PTP.41.1470.

10 Tachibana T, Yamada M, Yoshida Y. Improvement of the gross theory of β-decay. II: one-particle strength function [J]. Progress of Theoretical Physics, 1990, **84**(4): 641 – 657. DOI: 10.1143/ptp/84.4.641.

11 Nakata H, Tachibana T, Yamada M. Semi-gross theory of nuclear β-decay[J]. Nuclear Physics A, 1997, **625**(3): 521 – 553. DOI: 10.1016/s0375-9474(97)00413-2.

12 Koura H, Chiba S. Improvement to the gross theory of β decay by inclusion of change in parity[J]. Physical Review C, 2017, **95**(6): 064304. DOI: 10.1103/physrevc.95.064304.

13 Engel J, Bender M, Dobaczewski J, *et al*. β decay rates of r-process waiting-point nuclei in a self-consistent approach[J]. Physical Review C, 1999, **60**: 014302. DOI: 10.1103/physrevc.60.014302.

14 Minato F, Bai C L. Impact of tensor force on β decay of magic and semimagic nuclei[J]. Physical Review Letters, 2013, **110**(12): 122501. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 110.122501.

15 Niu Z M, Niu Y F, Liang H Z, *et al*. β-decay half-lives of neutron-rich nuclei and matter flow in the r-process[J]. Physics Letters B, 2013, **723**(1 – 3): 172 – 176. DOI: 10.1016/j.physletb.2013.04.048.

16 Möller P, Pfeiffer B, Kratz K L. New calculations of gross β-decay properties for astrophysical applications: speeding-up the classical r process[J]. Physical Review C, 2003, **67**(5): 055802. DOI: 10.1103/physrevc.67.055802.

17 Marketin T, Huther L, Martínez-Pinedo G. Large-scale evaluation of β-decay rates of r-process nuclei with the inclusion of first-forbidden transitions[J]. Physical Review C, 2016, **93**(2): 025805. DOI: 10.1103/physrevc.93.025805.

18 Borzov I N, Goriely S. Weak interaction rates of neutron-rich nuclei and the r-process nucleosynthesis[J]. Physical Review C, 2000, **62**(3): 035501. DOI: 10.1103/physrevc.62.035501.

19 Langanke K, Martínez-Pinedo G. Nuclear weak-interaction processes in stars[J]. Reviews of Modern Physics, 2003, **75**(3): 819 – 862. DOI: 10.1103/revmodphys.75.819.

20 Martínez-Pinedo G, Langanke K. Shell-model half-lives for N=82 nuclei and their implications for the r process[J]. Physical Review Letters, 1999, **83**(22): 4502 – 4505. DOI: 10.1103/physrevlett.83.4502.

21 Suzuki T, Yoshida T, Kajino T, *et al*. β decays of isotones with neutron magic number of N=126 and r-process nucleosynthesis[J]. Physical Review C, 2012, **85**: 015802. DOI: 10.1103/physrevc.85.015802.

22 Zhi Q, Caurier E, Cuenca-García J J, *et al*. Shell-model half-lives including first-forbidden contributions for r-process waiting-point nuclei[J]. Physical Review C, 2013, **87**(2): 025803. DOI: 10.1103/PhysRevC.87.025803.

23 Chen J, Fang J Y, Hao Y W, *et al*. Impact of nuclear β-decay half-life uncertainties on the r-process simulations [J]. The Astrophysical Journal Letters, 2023, **943**(2): 102. DOI: 10.3847/1538-4357/acaeab.

24 Ma Y G. New type of double-slit interference experiment at Fermi scale[J]. Nuclear Science and Techniques, 2023, **34**(1): 16. DOI: 10.1007/s41365-023-01167-6.

25 Wang X N. Vector meson spin alignment by the strong force field[J]. Nuclear Science and Techniques, 2023, **34**(1): 15. DOI: 10.1007/s41365-023-01166-7.

26 Mnih V, Kavukcuoglu K, Silver D, *et al*. Human-level

control through deep reinforcement learning[J]. Nature, 2015, **518**(7540): 529–533. DOI: 10.1038/nature14236.

27 Baldi P, Sadowski P, Whiteson D. Searching for exotic particles in high-energy physics with deep learning[J]. Nature Communications, 2014, **5**(1): 4308. DOI: 10.1038/ncomms5308.

28 Pang L G, Zhou K, Su N, *et al*. An equation-of-state-meter of quantum chromodynamics transition from deep learning[J]. Nature Communications, 2018, **9**(1): 210. DOI: 10.1038/s41467-017-02726-3.

29 Brehmer J, Cranmer K, Louppe G, *et al*. Constraining effective field theories with machine learning[J]. Physical Review Letters, 2018, **121**(11): 111801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.111801.

30 Carrasquilla J, Melko R G. Machine learning phases of matter[J]. Nature Physics, 2017, **13**(5): 431–434. DOI: 10.1038/nphys4035.

31 Carleo G, Troyer M. Solving the quantum many-body problem with artificial neural networks[J]. Science, 2017, **355**(6325): 602–606. DOI: 10.1126/science.aag2302.

32 Villaescusa-Navarro F, Anglés-Alcázar D, Genel S, *et al*. The CAMELS project: cosmology and astrophysics with machine-learning simulations[J]. The Astrophysical Journal Letters, 2021, **915**(1): 71. DOI: 10.3847/1538-4357/abf7ba.

33 Villaescusa-Navarro F, Genel S, Angles-Alcazar D, *et al*. The CAMELS multifield dataset: learning the universe's fundamental parameters with artificial intelligence[J]. The Astrophysical Journal Supplement Series, 2022, **259**(2): 61. DOI: 10.3847/1538-4365/ac5ab0.

34 Zhang H F, Wang L H, Yin J P, *et al*. Performance of the Levenberg-Marquardt neural network approach in nuclear mass prediction[J]. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2017, **44**(4): 045110. DOI: 10.1088/1361-6471/aa5d78.

35 Gao Z P, Wang Y J, Lü H L, *et al*. Machine learning the nuclear mass[J]. Nuclear Science and Techniques, 2021, **32**(10): 109. DOI: 10.1007/s41365-021-00956-1.

36 Ma Y F, Su C, Liu J, *et al*. Predictions of nuclear charge radii and physical interpretations based on the naive Bayesian probability classifier[J]. Physical Review C, 2020, **101**(1): 014304. DOI: 10.1103/physrevc.101.014304.

37 Wu D, Bai C L, Sagawa H, *et al*. Calculation of nuclear charge radii with a trained feed-forward neural network [J]. Physical Review C, 2020, **102**(5): 054323. DOI: 10.1103/physrevc.102.054323.

38 Ma N N, Bao X J, Zhang H F. Diffuseness effect and radial basis function network for optimizing α decay calculations[J]. Chinese Physics C, 2021, **45**(2): 024105. DOI: 10.1088/1674-1137/abcc5c.

39 Yuan Z Y, Bai D, Ren Z Z, *et al*. Theoretical predictions on α-decay properties of some unknown neutron-deficient actinide nuclei using machine learning[J]. Chinese Physics C, 2022, **46**(2): 024101. DOI: 10.1088/1674-1137/ac321c.

40 Akkoyun S, Kaya H, Torun Y. Estimations of first 2^+ energy states of even-even nuclei by using artificial neural networks[J]. Indian Journal of Physics, 2022, **96**(6): 1791–1797. DOI: 10.1007/s12648-021-02099-w.

41 Lasseri R D, Regnier D, Ebran J P, *et al*. Taming nuclear complexity with a committee of multilayer neural networks[J]. Physical Review Letters, 2020, **124**(16): 162502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.124.162502.

42 Costiris N J, Mavrommatis E, Gernoth K A, *et al*. Decoding β-decay systematics: a global statistical model for β^- half-lives[J]. Physical Review C, 2009, **80**(4): 044332. DOI: 10.1103/physrevc.80.044332.

43 李鹏, 白景虎, 牛中明, 等. 神经网络方法对β衰变寿命的研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, **52**(5): 252006. DOI: 10.1360/SSPMA-2021-0299.
LI Peng, BAI Jinghu, NIU Zhongming, *et al*. β-decay half-lives studied using neural network method[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2022, **52**(5): 252006. DOI: 10.1360/SSPMA-2021-0299.

44 Niu Z M, Liang H Z. Nuclear mass predictions based on Bayesian neural network approach with pairing and shell effects[J]. Physics Letters B, 2018, **778**: 48–53. DOI: 10.1016/j.physletb.2018.01.002.

45 Utama R, Piekarewicz J, Prosper H B. Nuclear mass predictions for the crustal composition of neutron stars: a Bayesian neural network approach[J]. Physical Review C, 2016, **93**(1): 014311. DOI: 10.1103/physrevc.93.014311.

46 Neufcourt L, Cao Y C, Nazarewicz W, *et al*. Bayesian approach to model-based extrapolation of nuclear observables[J]. Physical Review C, 2018, **98**(3): 034318. DOI: 10.1103/physrevc.98.034318.

47 Baños Rodríguez U, Zuñiga Vargas C, Gonçalves M, *et al*. Bayesian Neural Network improvements to nuclear mass formulae and predictions in the SuperHeavy Elements region[J]. EPL (Europhysics Letters), 2019, **127**(4): 42001. DOI: 10.1209/0295-5075/127/42001.

48 Niu Z M, Fang J Y, Niu Y F. Comparative study of radial basis function and Bayesian neural network approaches in nuclear mass predictions[J]. Physical Review C, 2019, **100**(5): 054311. DOI: 10.1103/physrevc.100.054311.

49 Utama R, Chen W C, Piekarewicz J. Nuclear charge radii: density functional theory meets Bayesian neural networks [J]. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2016, **43**(11): 114002. DOI: 10.1088/0954-3899/43/11/114002.

50 Wang Y F, Zhang X Y, Niu Z M, *et al*. Study of nuclear low-lying excitation spectra with the Bayesian neural network approach[J]. Physics Letters B, 2022, **830**: 137154. DOI: 10.1016/j.physletb.2022.137154.

51 Wang Z A, Pei J C, Liu Y, *et al*. Bayesian evaluation of incomplete fission yields[J]. Physical Review Letters, 2019, **123**(12): 122501. DOI: 10.1103/PhysRevLett. 123. 122501.

52 Niu Z M, Liang H Z, Sun B H, *et al*. Predictions of nuclear β-decay half-lives with machine learning and their impact on r-process nucleosynthesis[J]. Physical Review C, 2019, **99**(6): 064307. DOI: 10.1103/physrevc. 99. 064307.

53 Wang N, Liu M, Wu X Z, *et al*. Surface diffuseness correction in global mass formula[J]. Physics Letters B, 2014, **734**: 215 – 219. DOI: 10.1016/j. physletb. 2014. 05.049.

54 Möller P, Mumpower M R, Kawano T, *et al*. Nuclear properties for astrophysical and radioactive-ion-beam applications (II) [J]. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 2019, **125**: 1 – 192. DOI: 10.1016/j. adt. 2018. 03.003.

55 Ney E M, Engel J, Li T, *et al*. Global description of β^- decay with the axially deformed Skyrme finite-amplitude method: extension to odd-mass and odd-odd nuclei[J]. Physical Review C, 2020, **102**(3): 034326. DOI: 10.1103/physrevc.102.034326.

56 Minato F, Niu Z M, Liang H Z. Calculation of β-decay half-lives within a Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov energy density functional with the proton-neutron quasiparticle random-phase approximation and isoscalar pairing strengths optimized by a Bayesian method[J]. Physical Review C, 2022, **106**(2): 024306. DOI: 10.1103/physrevc.106.024306.

57 Fang J Y, Chen J, Niu Z M. Gross theory of β decay by considering the spin-orbit splitting from relativistic Hartree-Bogoliubov theory[J]. Physical Review C, 2022, **106**(5): 054318. DOI: 10.1103/physrevc.106.054318.